

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2013/2014
AM110 - Analisi Matematica 1- Tutorato VIII

DOCENTE: PROF. PIERPAOLO ESPOSITO

TUTORI: A. MAZZOCOLI, M. NANNI

ESERCIZIO 1. Discutere la convergenza delle seguenti serie numeriche a termini alterni.

$$\begin{aligned} & \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos n^4}{n^2 + 1} & \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} 2^n \sin \frac{1}{3^n} & \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{2^n + n}{3^n + n^2} \\ & \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{5^n} - \frac{1}{3^n} & \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n} & \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^2} & \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n (\sqrt[n]{3} - 1) \\ & & \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n n e^{-n^2} & \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} \cos(n\pi)}{n^3 + 3} \end{aligned}$$

ESERCIZIO 2. Discutere la convergenza della seguente serie numerica al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x + n}{1 + n^3 x^2}$$

ESERCIZIO 3. Discutere la convergenza della seguente serie numerica al variare del parametro $x \geq 0$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{(x + \frac{1}{n})^{\ln n}}$$

ESERCIZIO 4. Discutere la convergenza della seguente serie numerica al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{+\infty} 2^{-\sqrt{n}} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{\sqrt{n}}$$

ESERCIZIO 5. Studiare iniettività, suriettività e trovare l'inversa delle seguenti funzioni a valori reali.

$$\circ f(x) = 2x+1 \quad \circ f(x) = x^2+1 \quad \circ f(x) = \tan x, \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \quad \circ f(x) = \sqrt{x} \quad \circ f(x) = 2 \ln |x|$$

ESERCIZIO 6. Studiare iniettività e suriettività delle seguenti funzioni a valori reali definite a tratti.

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & x \leq 0 \\ \lambda x + 1 & x > 0 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & x \leq 1 \\ -\ln x & x > 1 \end{cases}$$